

2019

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. (a) If $X = \emptyset$, then $n(P(X)) = ?$ 1
যদি $X = \emptyset$, তেন্তে $n(P(X)) = ?$
- (b) Prove that $0! = 1$. 1
প্রমাণ কৰা যে $0! = 1$.
- (c) Write the relation between ${}^n P_r$ and ${}^n C_r$, where $0 < r \leq n$. 1
 ${}^n P_r$ আৰু ${}^n C_r$ -ৰ মাজৰ সম্বন্ধটো লিখা, য'ত $0 < r \leq n$.
- (d) If $z = 1 + i$, then mention the value of $\arg(z)$. 1
যদি $z = 1 + i$ হয়, তেন্তে $\arg(z)$ -ৰ মান কিমান?
- (e) Find the coefficient of x^{10} in the expansion of $(1 + x)^{20}$. 1
 $(1 + x)^{20}$ -ৰ বিস্তৃতিত x^{10} -ৰ সহগ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Find the limit of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$. 1

সীমার মান নির্ণয় কৰা $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$.

(g) What is the value of $\sin\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$? 1

$\sin\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$ -ৰ মান কিমান?

(h) Write the equation of the line in intercept form. 1

ৰেখা এডালৰ ছেদাংশ আৰ্হি সমীকৰণটো লিখা।

(i) Mention the formula used to find SD. 1

প্রামাণিক বিচ্যুতি নির্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহৃত সূত্রটো উল্লেখ কৰা।

(j) What is the negation of the statement ' $x = y$ '? 1

' $x = y$ ' উক্তিটোৰ নঞর্থক উক্তিটো কি?

2. (a) Let A and B be sets. If $A \cap X = B \cap X = \emptyset$ and $A \cup X = B \cup X$ for some set X , then show that $A = B$. 3

ধৰা হ'ল A আৰু B দুটা সংহতি। যদি $A \cap X = B \cap X = \emptyset$ আৰু $A \cup X = B \cup X$, X যি কোনো সংহতি, দেখুওৱা যে $A = B$.

- (b) In a group of 65 people, 40 like cricket, 10 like both cricket and tennis. How many like tennis only and not cricket? How many like tennis? 3

65জনীয়া এটা দলৰ 40জনে ক্ৰিকেট ভাল পায়, 10জনে ক্ৰিকেট আৰু টেনিছ দুয়োটা ভাল পায়। কিমানজনে মাত্ৰ টেনিছ ভাল পায় কিন্তু ক্ৰিকেট ভাল নাপায়? কিমানজনে টেনিছ ভাল পায়?

3. Determine the domain and range of the relation R defined by

$$R = \{(x, x+5) : x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\} \quad 4$$

সম্বন্ধ R -ৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে

$$R = \{(x, x+5) : x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$$

ইয়াৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা।

4. Draw the graph of the following real functions : $2+2=4$

তলৰ বাস্তৱ ফলনৰ লেখ অংকন কৰা :

(i) $f(x) = |x|$

(ii) $f(x) = [x]$

Or / অথবা

Let $f = \{(1, 1), (2, 3), (0, -1), (-1, -3)\}$ be a function from \mathbb{Z} to \mathbb{Z} defined by $f(x) = ax + b$, for some integers a, b .

Determine a, b . 4

$f(x) = ax + b$ (a, b অখণ্ড সংখ্যা)-ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ $f = \{(1, 1), (2, 3), (0, -1), (-1, -3)\}$ এটা \mathbb{Z} -ৰ পৰা \mathbb{Z} লৈ ফলন। a, b উলিওৱা।

5. (a) Convert the complex number $1+i\sqrt{3}$ into polar form. 3

$1+i\sqrt{3}$ জটিল সংখ্যাটো ধ্রুৱীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

- (b) Find real θ such that

$$\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$$

is purely real.

$\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ বিশুদ্ধ বাস্তৱ হ'লে, বাস্তৱ θ উলিওৱা।

Or / অথবা

Reduce to the standard form :

প্ৰমাণিক আকাৰলৈ নিয়া :

$$\left(\frac{1}{1-4i} - \frac{2}{1+i}\right)\left(\frac{3-4i}{5+i}\right)$$

6. Prove by mathematical induction for all $n \in \mathbb{N}$ that

সকলো $n \in \mathbb{N}$ -ৰ বাবে গাণিতীয় আৰোহ তত্ত্বৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

7. Solve the inequation $5(2x-3) \leq \frac{x}{3} + 1$ and show the solution set on the number line.

$5(2x-3) \leq \frac{x}{3} + 1$ অসমীকৰণটো সমাধান কৰা আৰু সমাধান সংহতিটো সংখ্যা ৰেখাৰ দ্বাৰা প্ৰদৰ্শন কৰা।

8. (a) Find r if

r ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যদি

$$5 \times {}^4P_r = 6 \times {}^5P_{r-1}$$

3

Or / অথবা

Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$$

3

(b) Find the number of different 8-letter arrangements that can be made from the letters of the word DAUGHTER so that all vowels do not occur together. 3

DAUGHTER শব্দটোৰ 8টা আখৰক কিমান বেলেগ বেলেগ ধৰণে সজাব পাৰি নিৰ্ণয় কৰা, যদিহে আটাইবোৰ স্বৰবৰ্ণ একেলগে নেথাকে।

Or / অথবা

A group consists of 4 girls and 7 boys. In how many ways can a team of 5 members be selected so that the team has at least one boy and one girl? 3

4জনী ছোৱালী আৰু 7জন ল'ৰাৰ মাজৰ পৰা 5জনীয়া দল এটা কিমান ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি যদিহে দলত অতিকমেও 1জন ল'ৰা আৰু 1জনী ছোৱালী থাকে?

9. (a) Show that the middle term in the expansion of $(1+x)^{2n}$ is

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n!} 2^n x^n$$

where n is a positive integer. 3

n ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'লে দেখুওৱা যে $(1+x)^{2n}$ ৰ বিস্তৃতিত মধ্যপদটো হ'ব

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n!} 2^n x^n$$

- (b) Using binomial theorem, prove that $6^n - 5n$ always leaves remainder 1, when divided by 25. 3

দ্বিপদ উপপাদ্যৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে $6^n - 5n$ ক 25ৰে হৰণ কৰিলে ভাগশেষ সদায় 1 হয়।

10. Let the sum of n , $2n$, $3n$ terms of an AP be S_1 , S_2 and S_3 respectively. Show that $S_3 = 3(S_2 - S_1)$. 4

ধৰা হ'ল এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ n টা, $2n$ টা, $3n$ টা পদৰ যোগফল যথাক্ৰমে S_1 , S_2 আৰু S_3 , দেখুওৱা যে $S_3 = 3(S_2 - S_1)$.

Or / অথবা

- Find the sum of any one of the following : 4

তলৰ যি কোনো এটাৰ সমষ্টি উলিওৱা :

(i) $8 + 88 + 888 + \dots$ up to n terms (n পদলৈ)

(ii) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

11. Prove any two of the following : $2 \times 2 = 4$

তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰমাণ কৰা :

(i) $2 \sin^2 \frac{\pi}{6} + \operatorname{cosec}^2 \frac{7\pi}{6} \cos^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}$

(ii) $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8} = 2$

(iii) $\sin A + \cos A = \sqrt{2} \cos(45^\circ - A)$

12. Prove any one of the following :

4

তলৰ যি কোনো এটা প্রমাণ কৰা :

$$(i) \cos 6A = 32 \cos^6 A - 48 \cos^4 A + 18 \cos^2 A - 1$$

$$(ii) \cos^2 A + \cos^2 \left(A + \frac{\pi}{3} \right) + \cos^2 \left(A - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$$

$$(iii) \frac{\sin 5A - 2 \sin 3A + \sin A}{\cos 5A - \cos A} = \tan A$$

13. Solve any one of the following :

4

তলৰ যি কোনো এটা সমাধান কৰা :

$$(i) \sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$$

$$(ii) \sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2}$$

14. (a) Find the equation of the line passing through the point $(-3, 5)$ and perpendicular to the line through the points $(2, 5)$ and $(-3, 6)$.

3

$(-3, 5)$ বিন্দুগামী আৰু $(2, 5), (-3, 6)$ বিন্দু সংযোগী বেষ্টাৰ লম্বভাৱে থকা বেষ্টাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(b) Find the equation of the lines which cut off intercepts on the axes whose sum and product are 1 and -6 respectively.

3

অক্ষদ্বয়ত উৎপন্ন কৰা ছেদাংশৰ যোগফল আৰু পূৰণফল ক্ৰমে 1 আৰু -6 হোৱা বেষ্টাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Or / অথবা

If p and q are the lengths of the perpendiculars from the origin to the lines $x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta$ and $x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = k$ respectively, then prove that

$$p^2 + 4q^2 = k^2$$

3

মূলবিন্দুৰ পৰা

$$x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta \text{ আৰু } x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = k$$

ৰেখা দুডাললৈ লম্ব দূৰত্ব ক্ৰমে p আৰু q হ'লে, প্রমাণ কৰা যে

$$p^2 + 4q^2 = k^2.$$

15. Find the equation of a circle with centre (2, 2) and passes through the point (4, 5). 4

(2, 2) বিন্দুত কেন্দ্ৰ থকা আৰু (4, 5) বিন্দুৰে যোৱা বৃত্তৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Or / অথবা

Find the equation of a parabola in the form $y^2 = 4ax$. 4

$y^2 = 4ax$ আকাৰৰ অধিবৃত্তৰ সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা।

16. Find the coordinates of the point which divides the line segment joining the points (1, -2, 3) and (3, 4, -5) in the ratio 2 : 3 (a) internally and (b) externally. 4

(1, -2, 3) আৰু (3, 4, -5) বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডক 2 : 3 অনুপাতত (a) অন্তৰ্ভিত্ত আৰু (b) বহিৰ্ভিত্ত কৰা বিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।

17. (a) Find the limit of any *two* of the following : $1\frac{1}{2} \times 2 = 3$

তলত দিয়াবোৰৰ যি কোনো দুটাৰ সীমা উলিওৱা :

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax + x \cos x}{b \sin x}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x}$$

$$(iv) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$$

(b) Find the derivative of any *two* of the following w.r.t. x :

$2 \times 2 = 4$

তলত দিয়াবোৰৰ যি কোনো দুটাৰ x ৰ সাপেক্ষে অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$(ii) \frac{x + \cos x}{\tan x}$$

$$(iii) \frac{ax + b}{px^2 + qx + r}$$

$$(iv) x^2 e^x$$

18. Find the truth value of the following : 1+1=2

তলৰ উক্তি দুটাৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা :

(i) All prime numbers are either even or odd.

সকলোবোৰ মৌলিক সংখ্যাই হয় যুগ্ম নহয় অযুগ্ম।

(ii) $9 > 4$ or $5 < 3$

$9 > 4$ বা $5 < 3$

19. If A, B, C are three events associated with a random experiment, then prove that

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \quad 5$$

যদি A, B, C কোনো যাদৃচ্ছিক ঘটনাৰ সৈতে যুক্ত তিনিটা ঘটনা হয় তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Or / অথবা

Three coins are tossed once. Find the probability of getting (a) 2 heads, (b) at least 2 heads, (c) exactly 2 tails, (d) at most 2 tails and (e) no tail. 1+1+1+1+1=5

তিনিটা মুদ্রা এবাৰ একেলগে ট্ৰ কৰা হ'ল। পৰৱৰ্তী ফলাফলবোৰ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যদি (a) 2টা মুণ্ড, (b) অতি কমেও 2টা মুণ্ড, (c) ঠিক 2টা পুচ্ছ, (d) সৰ্বাধিক 2টা পুচ্ছ আৰু (e) পুচ্ছ প্ৰাপ্ত নহয়।

20. Find the mean deviation from the mean of the frequency distribution given below :

6

তলৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন তথ্যৰ বাবে মাধ্যম পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
Frequency (বাৰংবাৰতা)	4	8	9	10	7	5	4	3

Or / অথবা

The mean of 5 observations is 4.4 and their variance is 8.24. If three of the observations are 1, 2 and 6, then find the other two observations.

6

5টা পর্যবেক্ষণৰ মাধ্যম 4.4 আৰু সিহঁতৰ প্ৰসৰণ 8.24. যদি পর্যবেক্ষণবোৰৰ তিনিটাৰ মান 1, 2 আৰু 6 হয়, তেন্তে আন দুটা পর্যবেক্ষণ নিৰ্ণয় কৰা।
