

2020

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Q. No. 1 carries 1 mark each	1×11 = 11
Q. No. 2 carries 2 marks	2×12 = 24
Q. No. 3 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 4 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 5 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 6 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 7 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 8 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 9 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 10 carries 3 marks	3×1 = 3
Q. No. 11 carries 3 marks each	3×1 = 3
Q. No. 12 carries 4 marks each	4×1 = 4
Q. No. 13 carries 4 marks	4
Q. No. 14 carries 4 marks	4×1 = 4
Q. No. 15 carries 4 marks	4×1 = 4
Q. No. 16 carries 5 marks	5×1 = 5
Q. No. 17 carries 5 marks	5×1 = 5
Q. No. 18 carries 6 marks	6×1 = 6
Q. No. 19 carries 6 marks	6×1 = 6
	<hr/>
	Total = 100

Contd.

1. (a) Write the set $\{x : x \text{ is a positive integer and } x^3 < 40\}$ in the roster form. 1

$\{x : x \text{ এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু } x^3 < 40\}$ সংহতিটোক তালিকা ভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখা।

(b) Write the difference between real valued function and real function. 1

বাস্তৱ মান বিশিষ্ট ফলন আৰু বাস্তৱ ফলনৰ মাজৰ পাৰ্থক্য লিখা।

(c) Write domain and range of trigonometric function, $\tan x$. 1

ত্ৰিকোণমিতীয় ফলন $\tan x$ -ৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(d) What do you mean by the inductive hypothesis? 1

আগমনিক প্ৰকল্প বুলিলে কি বুজা?

(e) Express $(5 - 3i)^3$ in the form $x + iy$. 1

$(5 - 3i)^3$ ক $x + iy$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(f) If ${}^nC_4 = {}^nC_5$, then find the value of nC_2 . 1

যদি ${}^nC_4 = {}^nC_5$, হয়, তেন্তে nC_2 ৰ মান উলিওৱা।

(g) What is the 10th term of the sequence defined by

$$a_n = (n-1)(2-n)(3+n) ? \quad 1$$

$a_n = (n-1)(2-n)(3+n)$ ৰে সংজ্ঞাৰ দ্বাৰা অনুক্ৰমটোৰ 10 তম পদটো কি হ'ব?

(h) Find the equation of the line passing through $(-4, 3)$ with slope $\frac{1}{2}$. 1

$(-4, 3)$ বিন্দুৰে যোৱা আৰু $\frac{1}{2}$ প্ৰৱণতাৰ সৰলৰেখা ডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(i) Evaluate (মান নির্ণয় কৰা):

1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

(j) Let A and B be two disjoint subsets of universal set U . Then $(A \cup B) \cap B' = ?$

1

(a) ϕ

(b) A

(c) B

(d) None of these.

U সার্বজনীন সংহতিৰ A আৰু B দুটা অসংযুক্ত উপ-সংহতি, তেন্তে $(A \cup B) \cap B' = ?$

(a) ϕ

(b) A

(c) B

(d) উপৰোক্ত এটাও নহয়।

(k) Write the value of (মান লিখা):

$${}^n C_0 - {}^n C_1 + {}^n C_2 - \dots + (-1)^n {}^n C_n$$

1

2. (i) Let f be the subset of $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ defined by

$f = \{ (ab, a+b) : a, b \in \mathbb{Z} \}$. Is f a function from \mathbb{Z} to \mathbb{Z} ? Justify your answer.

2

$f = \{ (ab, a+b) : a, b \in \mathbb{Z} \}$ অৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাৰ দ্বাৰা f , $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ৰ এটা উপসংহতি। \mathbb{Z} ৰ পৰা \mathbb{Z} লৈ f এটা ফলন হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰা।

(ii) If $A \times B = \{ (p, q), (p, r), (m, q), (m, r) \}$, find A and B .

2

যদি $A \times B = \{ (p, q), (p, r), (m, q), (m, r) \}$, তেন্তে A আৰু B উলিওৱা।

(iii) Find the value of $\cot\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$. 2

ত্রিকোণমিতীয় ফলন $\cot\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$ ৰ মান উলিওৱা।

(iv) Prove that— 2

$$\sin^2 6x - \sin^2 4x = \sin 2x \sin 10x$$

প্ৰমাণ কৰা যে —

$$\sin^2 6x - \sin^2 4x = \sin 2x \sin 10x$$

(v) Solve (সমাধান কৰা): 2

$$\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$$

(vi) If $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$, find x . 2

$\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$ হ'লে, x ৰ মান উলিওৱা।

(vii) Solve (সমাধান কৰা): 2

$$x^2 + \frac{x}{\sqrt{2}} + 1 = 0$$

(viii) Find a , if the coefficients of x^2 and x^3 in the expansion of $(3+ax)^9$ are equal. 2

$(3+ax)^9$ -ৰ বিস্তৃতিত x^2 আৰু x^3 ৰ সহগ সমান হ'লে, a -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) If the sum of n terms of an A.P. is $nA + \frac{1}{2}n(n-1)B$, where A and B are constants, find the common difference. 2

এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ n -তম পদলৈ যোগফল হ'ল $nA + \frac{1}{2}n(n-1)B$, য'ত A আৰু B দুটা ধ্ৰুৱক। সাধাৰণ অন্তৰ উলিওৱা।

(x) Find the equation of the parabola with focus $(0, -3)$, directrix $y = 3$. 2

নাভি $(0, -3)$, নিয়ামিকা $y = 3$ অধিবৃত্তৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(xi) Find the derivative of $f(x) = x + \frac{1}{x}$, by using first principle. 2

অৱকলজৰ প্ৰথম নিয়মৰ সহায়ত $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

(xii) Find the mean deviation about the mean for the following data: 2

6, 7, 10, 12, 13, 4, 8, 12

নিম্নোক্ত তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্যৰ পৰা গড় বিচ্যুতি উলিওৱা :

6, 7, 10, 12, 13, 4, 8, 12

3. Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)—

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B). \quad 3$$

4. Define signum function. With the help of definition, draw the graph of the signum function. 3

ছিগনাম ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। ছিগনাম সংজ্ঞাৰ সহায়ত ছিগনাম ফলনৰ লেখ অংকন কৰি দেখুওৱা।

5. Find the value of $\tan \frac{\pi}{8}$. 3

$\tan \frac{\pi}{8}$ ৰ মান উলিওৱা।

6. Prove that

$$(1+x)^n \geq (1+nx), \text{ for all natural number } n, \text{ where } x > -1. \quad 3$$

সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে $(1+x)^n \geq (1+nx)$, য'ত $x > -1$.

Or/ অথবা

By using the principle of mathematical induction for all $n \in \mathbb{N}$, prove that

$$1+2+3+\dots+n < \frac{1}{8}(2n+1)^2. \quad 3$$

সকলো $n \in \mathbb{N}$ অৰ বাবে গণিতীয় আৰোহ তত্ত্বৰ সহায়ত প্রমাণ কৰা যে

$$1+2+3+\dots+n < \frac{1}{8}(2n+1)^2 \text{।}$$

7. Find all pairs of consecutive odd natural numbers both of which are larger than 10, such that their sum is less than 40. 3

ক্রমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোৰ এটাৰ প্ৰত্যেকেই 10 তকৈ ডাঙৰ আৰু সিহঁতৰ যোগফল 40 তকৈ সৰু। এনেধৰণৰ সকলোবোৰ যোৰ উলিওৱা।

8. Find the coordinates of the foci, the vertices, the length of the major axis, the minor axis, the eccentricity and the length of the latus rectum of the

ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ 3

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্তটোৰ নাভি, শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক, মুখ্য আৰু গৌণ অক্ষৰ দীঘ, উৎকেন্দ্ৰতা আৰু নাভি লম্বৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

9. Verify whether the points (0, 7, 10), (-1, 6, 6) and (-4, 9, 6) are vertices of a right angled triangle. 3

(0, 7, 10), (-1, 6, 6) আৰু (-4, 9, 6) বিন্দুকেইটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু হয়নে, সত্যতা বিচাৰ কৰা।

10. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, where

$$f(x) = \begin{cases} x & x \neq 0 \\ |x| & x = 0 \end{cases} \quad 3$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ উলিওৱা, য'ত $f(x) = \begin{cases} x & x \neq 0 \\ |x| & x = 0 \end{cases}$

Or/ অথবা

Find the derivative of $y = \frac{2}{x+1} - \frac{x^2}{3x-1}$. 3

$y = \frac{2}{x+1} - \frac{x^2}{3x-1}$ ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

11. Identify the type of 'or' used in the statement and check whether the statements are true **or** false : 3

$\sqrt{2}$ is a rational number or an irrational number.

$\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা নাইবা এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

— উক্তিটোত ব্যৱহাৰ কৰা 'নাইবা' ৰ ধৰণ চিনাক্ত কৰা আৰু উক্তিটো সঁচা নে মিছা পৰীক্ষা কৰা।

12. For any two sets A and B, show that $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$.

i.e. Power set of $A \cap B = (\text{Power set of } A) \cap (\text{Power set of } B)$ 4

যিকোনো দুটা সংহতি A আৰু B-ৰ বাবে দেখুওৱা যে $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ ।

অৰ্থাৎ $A \cap B$ -ৰ ঘাত সংহতি = (A ৰ ঘাত সংহতি) \cap (B ৰ ঘাত সংহতি)

13. (a) Show that $\tan x \tan 2x \tan 3x = \tan 3x - \tan 2x - \tan x$. 2

দেখুওৱা যে

$\tan x \tan 2x \tan 3x = \tan 3x - \tan 2x - \tan x$

(b) Find general solution of—

$$\cos 3x - \cos 2x + \cos x = 0.$$

2

সমীকৰণটোৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা—

$$\cos 3x - \cos 2x + \cos x = 0$$

Or/ অথবা

For any real number α and β , $\sin \alpha = \sin \beta$, then show that

$$\alpha = n\pi + (-1)^n \beta, n \in \mathbb{Z}$$

4

যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা α আৰু β -ৰ বাবে $\sin \alpha = \sin \beta$ ৰ পৰা প্ৰমাণ কৰা যে

$$\alpha = n\pi + (-1)^n \beta, n \in \mathbb{Z}$$

14. Convert the complex number $\frac{-16}{1+i\sqrt{3}}$ into polar form and represent it by a diagram. 4

$\frac{-16}{1+i\sqrt{3}}$ জটিল সংখ্যাটোক ধ্ৰুৱীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰা আৰু ইয়াক চিত্ৰত প্ৰদৰ্শন কৰা।

15. Find the number of ways of selecting 9 balls from 6 red balls, 5 white balls and 5 blue balls if each selection consists of 3 balls of each colour. 4

6 টা ৰঙা, 5 টা বগা আৰু 5 টা নীলা ৰঙৰ বলৰ পৰা প্ৰতিবিধ ৰঙৰ 3টা বল থকাকৈ 9টা বল কিমান ধৰণে বাছিব পাৰি উলিওৱা।

16. The 3rd, 4th and 5th terms in the expansion of $(x+a)^n$ are respectively 84, 280 and 560, find the values of x , a and n . 5

$(x+a)^n$ ৰ বিস্তৃতিত তৃতীয়, চতুৰ্থ আৰু পঞ্চম পদকেইটা যথাক্ৰমে 84, 280 আৰু 560 হলে, x , a আৰু n ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

17. If a, b, c are in A.P., b, c, d are in G.P., and $\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ are in A.P., prove that a, c, e are in G.P. 5

যদি a, b, c সমান্তৰ প্ৰগতিত, b, c, d গুণোত্তৰ প্ৰগতিত আৰু $\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ সমান্তৰ প্ৰগতিত থাকে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে a, c, e গুণোত্তৰ প্ৰগতিত থাকিব।

18. Calculate mean, variance and standard deviation for the following distribution : 6

তলত দিয়া বিভাজনৰ বাবে মাধ্য, প্ৰসৰণ আৰু প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class শ্ৰেণী	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
Frequency বাৰংবাৰতা	3	7	12	15	8	3	2

Or/ অথবা

An analysis of monthly wages paid to workers in two firms A and B, belonging to the same industry, gives the following results :

	Firm A	Firm B
No. of wage earners	586	648
Mean of monthly wages	Rs. 5253	Rs. 5253
Variance of the distribution of wages	100	121

- (i) Which firm A or B pays larger amount as monthly wages ?
(ii) Which firm A or B shows greater variability in individual wages ?

3+3=6

একেটা উদ্যোগৰ অন্তৰ্গত দুখন পাম (A) আৰু (B) ৰ বনুৱা সকলক দিয়া মাহিলি মজুৰি বিশ্লেষণ কৰাত তলত দিয়া তথ্য পোৱা গ'ল :

	পাম (A)	পাম (B)
মজুৰি প্ৰাপ্তৰ সংখ্যা	586	648
মাহিলি মজুৰিৰ গড়	5253 টকা	5253 টকা
মজুৰি বিভাজনৰ প্ৰসৰণ	100	121

- (i) পাম (A) বা (B) ৰ ভিতৰত কোনে মাহিলি মজুৰিৰ নামত অধিক ধন পৰিশোধ কৰে?
(ii) জনমূৰি মজুৰিৰ ক্ষেত্ৰত (A) নাইবা (B) কোনখন পামৰ বিচৰণশীলতা অধিক ?

19. Define outcomes and sample space. The numbers 1, 2, 3 and 4 are written separately on four slips of paper. The slips are put in a box and mixed thoroughly. A person draws two slips from the box, one after the other, without replacement. Describe the sample space for the experiment.

$$1+1+4=6$$

ফল আৰু প্ৰতিদৰ্শ স্থান-ৰ সংজ্ঞা লিখা। চাৰি টুকুৰা কাগজত বেলেগে বেলেগে 1, 2, 3 আৰু 4 সংখ্যাবোৰ লিখা হ'ল। টুকুৰা কেইটা এটা বাকচত ভৰাই সানমিহলি কৰা হ'ল। পুণৰ স্থাপন নকৰাকৈ এজন মানুহে এটাৰ পিছত এটাকৈ দুটা টুকুৰা বাকচটোৰ পৰা উলিয়ালে। পৰীক্ষাটোৰ প্ৰতিদৰ্শ স্থান কি হব ?

Or/ অথবা

Two dice are thrown and the sum of the numbers which come up on the dice is noted. Consider the following events associated with this experiment :

- A : 'the sum is even'
B : 'the sum is a multiple of 3'
C : 'the sum is less than 4'
D : 'the sum is greater than 11'

Which pairs of these events are mutually exclusive ?

6

দুটা পাশাগুটি দলিওৱা হ'ল আৰু প্ৰাপ্ত সংখ্যাবোৰৰ যোগফল টুকি ৰখা হ'ল।

পৰিক্ষাটোৰ সৈতে যুক্ত পৰৱৰ্তী ঘটনাবোৰ লোৱা হওক :

- A : 'যোগফলটো যুগ্ম সংখ্যা'
- B : 'যোগফলটো 3-ৰ গুণিতক'
- C : 'যোগফলটো 4 তকৈ সৰু'
- D : 'যোগফলটো 11 তকৈ ডাঙৰ'

এই ঘটনা বোৰৰ ভিতৰত কোন কেইযোৰ পৰস্পৰ বিৰজিত ?

_____ x _____